

## 测试分析

# 单向拉伸复合材料断裂过程的计算机模拟

胡 培 薛元德

( 同济大学 200092 )

**摘 要** 本文在提出新的复合材料模型的基础上,推导了应变集中系数的方程,然后通过蒙特卡罗法模拟单向复合材料的拉伸断裂过程并进行比较,比较后得出了基体对复合材料断裂过程的影响,新的模型更加符合实际情况

**关键词** 剪滞模型 蒙特卡罗方法 应力集中系数 拉伸断裂过程 计算机模拟

**ABSTRACT** Strain concentration coefficient equation is derived on the basis of new composites models. The effect of resin matrix on the rupture process of composites is obtained after the simulation of rupture process of unidirectional composites by Mont Carion method and the comparison, the new model agrees with actual situation.

## 1 引 言

单向拉伸复合材料在加载至破坏过程中,由于纤维强度服从统计分布(通常认为是 Weibull 分布),因此是一个逐渐破坏的过程模型(Progressive Failure/Fracture/Damage Model)。破坏纤维会引起相邻纤维的应力集中、破坏纤维的末端的应力减少以及纤维和基体界面上的剪应力集中。通常在进行蒙特卡罗法模拟时,采用 Hedgepeth 的剪滞模型来计算应力集中系数。剪滞理论近似认为纤维承受拉应力,基体传送剪应力。这种假设只适用于基体拉应力对复合材料影响较少时,即  $E_f/E_m$  和  $V_f/V_m$  较高的情况下。

为了改变这种局限性,考虑基体强度对复合材料整体强度的影响,必须建立新的复合材料模型,计算出应变集中系数,在此基础上进行蒙特卡罗模拟。

## 2 计算模型

如图1所示,基体与纤维的直径、弹性模量、剪切模量分别表示为  $d_f$ 、 $E_f$ 、 $G_f$ 、 $d_m$ 、 $E_m$ 、 $G_m$ 。复合材料

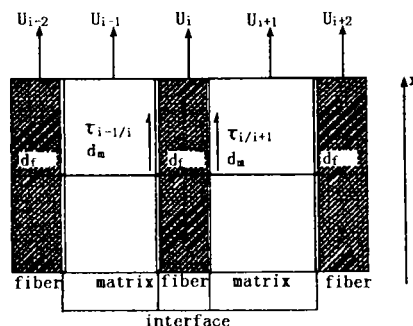


图1 拉伸示意图

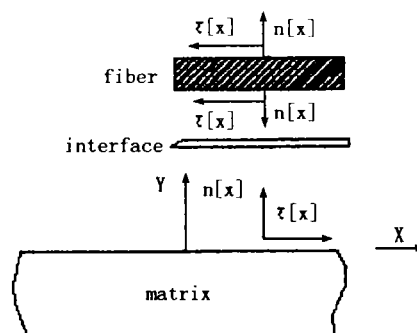


图2 复合材料的三个部分

模型如图 2 所示,分成基体、界面和纤维三个部分,由界面传递剪应力,界面厚度不计。假定界面应力和 Y 方向的位移在通过界面时连续,而 X 方向位移在界面两侧发生突变。沿界面方向的剪应力  $\tau$  是 X 方向位移的变化值的函数,即:

$$\tau(X) = g(U_f(X) - U_m(X))$$

$g$  函数为一奇函数,这使上式对左边的基体和纤维之间的界面也适用。

这里考虑弹性界面, $g$  为一线性函数

$$g(U_f(X) - U_m(X)) = c \times (U_f - U_m) \quad (1)$$

$c > 0$ , 是界面剪切模量,这一函数未计入屈服和脱离,不适用于大界面位移情况,但在界面位移较小时仍然是近似成立的。Steif 及 Haysan(1986)用上述界面模型来分析在一个边界无拉力作用下的半平面基体内单根纤维的拔出问题。纤维被看成一半无限的条带,用有限单元法求出了数值解。

### 3 应变集中系数方程

平衡方程如下:

$$h \times d_f \times E_f(d^2 U_i / dx^2) \tau + c \times h \times (\tau_{i+1} - \tau_{i-1}) = 0$$

i 单元为纤维 (2)

$$h \times d_m \times E_m(d^2 U_i / dx^2) \tau + c \times h \times (\tau_{i+1} - \tau_{i-1}) = 0$$

i 单元为基体 (3)

其中, $h$  为所截取的单元厚度。将方程(1)代入(2)、(3):

$$h \times d_f \times E_f(d^2 U_i / dx^2) + c \times h \times (U_{i+1} - 2 \times U_i + U_{i-1}) = 0$$

i 单元为纤维 (4)

$$h \times d_m \times E_m(d^2 U_i / dx^2) + c \times h \times (U_{i+1} - 2 \times U_i + U_{i-1}) = 0$$

i 单元为基体 (5)

为了简化计算,分别将  $U_i$  和  $x$  无量纲化为  $u_i$  和  $\zeta$ :

$$U_i = \sigma_f \times \{2 \times d_f / (c \times E_f)\}^{1/2} \times u_i \quad (6)$$

$$x_i = (d_f \times E_f \times 2 / c)^{1/2} \zeta \quad (7)$$

这里, $u_i, \zeta$  分别为  $U_i, x$  的无量纲化形式。 $\sigma_f = \epsilon E_f$  是在无穷远处纤维所受的应力。

$$\text{引入 } \mu = (E_m \times d_m) / (d_f \times E_f) = (E_m \times V_m) / (E_f \times V_f) \quad (8)$$

将方程(6)~(8)代入(4)、(5)得:

$$d^2 u_i / d\zeta^2 + 2 \times (u_{i+1} - 2 \times u_i + u_{i-1}) = 0$$

$$i \text{ 单元为纤维} \quad (9)$$

$$\mu^2 u_i / d\zeta^2 + 2 \times (u_{i+1} - 2 \times u_i + u_{i-1}) = 0$$

i 单元为基体 (10)

应变集中因子  $k_i(\zeta)$  为:

$$k_i(\zeta) = du_i(\zeta) / d\zeta \quad (11)$$

将方程(10)、(11)分别统一成:

$$\mu_i \times d^2 u_i / d\zeta^2 + 2 \times (u_{i+1} - 2 \times u_i + u_{i-1}) = 0 \quad (12)$$

其中,当  $i$  单元为纤维时,  $\mu_i = 1$

当  $i$  单元为基体时,  $\mu_i = \mu$

假设断裂纤维只影响几个单元,所有平衡方程简化如下:

$$\mu_1 \times d^2 u_1 / d\zeta^2 + 4 \times (u_2 - u_1) = 0 \quad (13)$$

$$\mu_i \times d^2 u_i / d\zeta^2 + 2 \times (u_{i+1} - 2 \times u_i + u_{i-1}) = 0 \quad (14)$$

$$\mu_n \times d^2 u_n / d\zeta^2 + 2 \times (u_{n+1} - 2 \times u_n + u_{n-1}) = 0 \quad (15)$$

方程组(13)~(15)的通解为:

$$\mu_i = \zeta + \sum_{j=1}^{2N} A_j B_{i,j} \exp(-k_j \times \zeta) + \sum_{N+1}^{2N} A_j B_{i,j} \exp(k_j \times \zeta) \quad (16)$$

$k_j$  是矩阵  $T_N$  的特征值。

$$T_N = \begin{bmatrix} \frac{4}{\mu_1} - \frac{4}{\mu_1} & & & 0 \\ -\frac{2}{\mu_2} & \frac{4}{\mu_2} - \frac{2}{\mu_2} & & \dots \\ -\frac{2}{\mu_3} & \frac{4}{\mu_3} - \frac{2}{\mu_3} & & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -\frac{2}{\mu_i} & \frac{4}{\mu_i} - \frac{2}{\mu_i} & \dots \\ \dots & \dots & -\frac{2}{\mu_{n-1}} & \frac{4}{\mu_{n-1}} - \frac{2}{\mu_{n-1}} \\ \dots & & & \dots \\ 0 & \dots & \dots & -\frac{2}{\mu_n} & \frac{4}{\mu_n} \end{bmatrix} \quad (17)$$

常数  $B_{i,j}$  为

$$\begin{aligned} B_{1,j} &= 1 & (j=1, 2N) \\ B_{2,j} &= B_{1,j}(2 - \mu_1 k_j^2 / 2) & (j=1, 2N) \\ B_{i,j} &= B_{i-1,j}(2 - \mu_{i-1} k_j^2 / 2) - B_{i-2,j} & (j=1, 2N, i=3, N) \end{aligned} \quad (18)$$

边界条件:

在  $\zeta = \infty$  处,为单位值,这样就有

$$A_j = 0 \quad (j=N+1, 2N)$$

方程(16)简化成:

$$\mu_i = \zeta + \sum_{j=1}^N A_j B_{i,j} \exp(-k_j \times \zeta) \quad (19)$$





# FIBER COMPOSITES

Quarterly

1999 No. 2 (Total 58)

Vol. 16

**Sponsor** Harbin FRP Institute  
The National Engineering Research  
Center Polymer Matrix Composites  
**Publisher** Fiber Composites  
Editorial Office  
**ad.** Fiber Composites ad. Department

**Chief Editor** Kong Qingbao  
**Associate - chief Editor** Wang Qi  
**Duty Editor** Su Feng

**Address** 100 Hongqi Ave. Xiang  
Fang Dist. Harbin, China  
**Tel** (0451) 5651476  
**Fax** (0451) 5637324

Unified Number of Print

ISSN 1003 - 6423

CN 23 - 1267/TQ

## CONTENTS

### MATERIALS STUDY

- Study on the Epoxy Modified Cyanate Ester Matrix Composites..... Qin Huayu 1
- A Study of Co - curing of Epoxy Resin and Cyanate Ester in a Accelerator.....  
..... Chen Zhixia et al 3
- The Choice of Resin System of Twaron Fiber Reinforced Composite  
Bulletproof Target Board..... Zhou Guotai et al 7

### PROPERTY STUDY

- Study on the Mechanical Properties of PPS Composites Reinforced with  
Short Kelvar Fiber..... Zhang Aibo et al 10

### PROCESS AND DESIGN

- Development of PP/GFRP Storage Tank under External Load..... An Qingsheng et al 14
- Study on High Modulus Carbon Fiber Composite Tube..... Wang Zhongquan et al 17

### PULTRUSION PROCESS

- Investigation of Technical Manufacturing Problems of Pultrusion  
Die Manufacturing ..... Kong Fanxun et al 19
- Profile of Pultruded Fiber Reinforced Thermoplastic..... Ye Dingquan 24
- A Study of Surface Treatment of Koalin Fillers for Pultrusion..... He Dongxiao et al 26

### TEST ANALYSIS

- Computer Simulation of Rupture Process of Unidirectional Composites..... Hu Pei et al 29
- Vibration Zanalysis of Smart Composite Beam Featuring ER Fluids..... Liu Yanju et al 33
- A Study of Monitoring the Curing Process of Composites  
by Finer Optic Sensor ..... Li Chensha et al 37
- Study on Flexural and Creep Test of Composites..... Zhou Zhulin et al 41

### PROCESSING EQUIPMENT

- Design of Processing Equipment of GMT Sheet..... Zhao Yingchun 45
- Principle of Selection of Container Winding Equipment..... Jin Yonggen et al 47

### OVERSEAS EXPERTS FORUM

- Evaluation of Fiber - Matrix Interfacial Shear Strength in Composites by  
Single Fiber Fragmentation Method..... Akira Takaku et al 51