

## 测试分析

# 单向拉伸复合材料断裂过程的计算机模拟

胡 培 薛元德

(同济大学 200092)

**摘要** 本文在提出新的复合材料模型的基础上,推导了应变集中系数的方程,然后通过蒙特卡罗法模拟单向复合材料的拉伸断裂过程并进行比较,比较后得出了基体对复合材料断裂过程的影响,新的模型更加符合实际情况。

**关键词** 剪滞模型 蒙特卡罗方法 应力集中系数 拉伸断裂过程 计算机模拟

**ABSTRACT** Strain concentration coefficient equation is derived on the basis of new composites models. The effect of resin matrix on the rupture process of composites is obtained after the simulation of rupture process of unidirectional composites by Mont Carion method and the comparison, the new model agrees with actual situation.

## 1 引言

单向拉伸复合材料在加载至破坏过程中,由于纤维强度服从统计分布(通常认为是 Weibull 分布),因此是一个逐渐破坏的过程模型(Progressive Failure/Fracture/Damage Model)。破坏纤维会引起相邻纤维的应力集中、破坏纤维的末端的应力减少以及纤维和基体界面上的剪应力集中。通常在进行蒙特卡罗法模拟时,采用 Hedgepeth 的剪滞模型来计算应力集中系数。剪滞理论近似认为纤维承受拉应力,基体传递剪应力。这种假设只适用于基体拉应力对复合材料影响较少时,即  $E_f/E_m$  和  $V_f/V_m$  较高的情况下。

为了改变这种局限性,考虑基体强度对复合材料整体强度的影响,必须建立新的复合材料模型,计算出应变集中系数,在此基础上进行蒙特卡罗模拟。

## 2 计算模型

如图 1 所示,基体与纤维的直径、弹性模量、剪切模量分别表示为  $d_r$ 、 $E_f$ 、 $G_f$ 、 $d_m$ 、 $E_m$ 、 $G_m$ 。复合材料

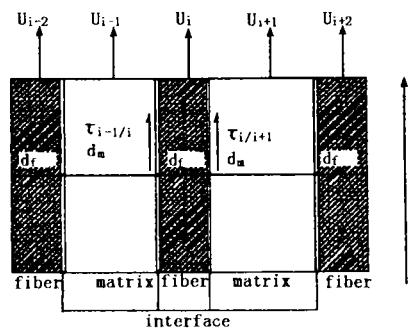


图 1 拉伸示意图

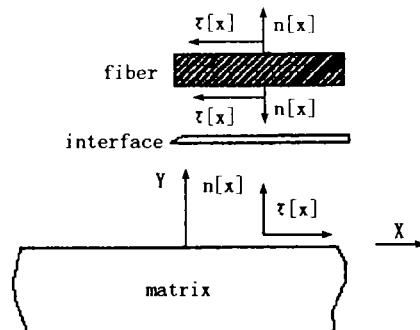


图 2 复合材料的三个部分

模型如图2所示,分成基体、界面和纤维三个部分,由界面传递剪应力,界面厚度不计。假定界面应力和Y方向的位移在通过界面时连续,而X方向位移在界面两侧发生突变。沿界面方向的剪应力 $\tau$ 是X方向位移的变化值的函数,即:

$$\tau(X) = g(U_f(X) - U_m(X))$$

$g$ 函数为一奇函数,这使上式对左边的基体和纤维之间的界面也适用。

这里考虑弹性界面, $g$ 为一线性函数

$$g(U_f(X) - U_m(X)) = c \times (U_f - U_m) \quad (1)$$

$c > 0$ ,是界面剪切模量,这一函数未计入屈服和脱离,不适用于大界面位移情况,但在界面位移较小时仍然是近似成立的。Steif及Hoysan(1986)用上述界面模型来分析在一个边界无拉力作用下的半平面基体内单根纤维的拔出问题。纤维被看成一半无限的条带,用有限单元法求出了数值解。

### 3 应变集中系数方程

平衡方程如下:

$$h \times d_f \times E_f (d^2 U_i / dx^2) \tau + c \times h \times (\tau_{i+1} - \tau_{i-1}) = 0 \quad (2)$$

i 单元为纤维

$$h \times d_m \times E_m (d^2 U_i / dx^2) \tau + c \times h \times (\tau_{i+1} - \tau_{i-1}) = 0 \quad (3)$$

i 单元为基体

其中, $h$ 为所截取的单元厚度。将方程(1)代入(2)、(3):

$$h \times d_f \times E_f (d^2 U_i / dx^2) + c \times h \times (U_{i+1} - 2 \times U_i + U_{i-1}) = 0 \quad (4)$$

i 单元为纤维

$$h \times d_m \times E_m (d^2 U_i / dx^2) + c \times h \times (U_{i+1} - 2 \times U_i + U_{i-1}) = 0 \quad (5)$$

i 单元为基体

为了简化计算,分别将 $U_i$ 和 $x$ 无量纲化为 $u_i$ 和 $\zeta$ :

$$U_i = \sigma_f \times \{2 \times d_f / (c \times E_f)\}^{1/2} \times \mu_i \quad (6)$$

$$x_i = (d_f \times E_f \times 2/c)^{1/2} \zeta \quad (7)$$

这里, $u_i$ 、 $\zeta$ 分别为 $U_i$ 、 $x$ 的无量纲化形式。 $\sigma_f = \epsilon E_f$ 是在无穷远处纤维所受的应力。

$$\text{引入 } \mu = (E_m \times d_m) / (d_f \times E_f) = (E_m \times V_m) / (E_f \times V_f) \quad (8)$$

将方程(6)~(8)代入(4)、(5)得:

$$d^2 u_i / d\zeta^2 + 2 \times (u_{i+1} - 2 \times u_i + u_{i-1}) = 0$$

$$i \text{ 单元为纤维} \quad (9)$$

$$\mu^2 u_i / d\zeta^2 + 2 \times (u_{i+1} - 2 \times u_i + u_{i-1}) = 0 \quad (10)$$

$$i \text{ 单元为基体} \quad (11)$$

应变集中因子 $k_i(\zeta)$ 为:

$$k_i(\zeta) = du_i / d\zeta \quad (12)$$

$$\mu_i \times d^2 u_i / d\zeta^2 + 2 \times (u_{i+1} - 2 \times u_i + u_{i-1}) = 0 \quad (13)$$

其中,当*i*单元为纤维时, $\mu_i = 1$

当*i*单元为基体时, $\mu_i = \mu$

假设断裂纤维只影响几个单元,所有平衡方程简化如下:

$$\mu_1 \times d^2 u_1 / d\zeta^2 + 4 \times (u_2 - u_1) = 0 \quad (14)$$

$$\mu_i \times d^2 u_i / d\zeta^2 + 2 \times (u_{i+1} - 2 \times u_i + u_{i-1}) = 0 \quad (15)$$

$$\mu_n \times d^2 u_n / d\zeta^2 + 2 \times (u_{n+1} - 2 \times u_n + u_{n-1}) = 0 \quad (16)$$

方程组(13)~(15)的通解为:

$$\mu_i = \zeta + \sum_{j=1}^{2N} A_j B_{i,j} \exp(-k_j \times \zeta) + \sum_{N+1}^{2N} A_j B_{i,j} \exp(k_j \times \zeta) \quad (17)$$

$k_j$ 是矩阵 $T_N$ 的特征值。

$$T_N = \begin{bmatrix} \frac{4}{\mu_1} - \frac{4}{\mu_1} & & & & 0 \\ -\frac{2}{\mu_2} & \frac{4}{\mu_2} - \frac{2}{\mu_2} & & & \dots \\ -\frac{2}{\mu_3} & \frac{4}{\mu_3} - \frac{2}{\mu_3} & & & \dots \\ \dots & \dots & & & \dots \\ \dots & -\frac{2}{\mu_i} & \frac{4}{\mu_i} - \frac{2}{\mu_i} & & \dots \\ \dots & \dots & -\frac{2}{\mu_{n-1}} & \frac{4}{\mu_{n-1}} - \frac{2}{\mu_{n-1}} & \dots \\ \dots & & & & \dots \\ 0 & \dots & \dots & -\frac{2}{\mu_n} & \frac{4}{\mu_n} \end{bmatrix} \quad (18)$$

常数 $B_{i,j}$ 为

$$B_{1,j} = 1 \quad (j = 1, 2N)$$

$$B_{2,j} = B_{1,j} (2 - \mu_1 k_j^2 / 2) \quad (j = 1, 2N) \quad (19)$$

$$B_{i,j} = B_{i-1,j} (2 - \mu_{i-1} k_j^2 / 2) - B_{i-2,j} \quad (j = 1, 2N, i = 3, N)$$

边界条件:

在 $\zeta = \infty$ 处,为单位值,这样就有

$$A_j = 0 \quad (j = N+1, 2N)$$

方程(16)简化成:

$$\mu_i = \zeta + \sum_{j=1}^{2N} A_j B_{i,j} \exp(-k_j \times \zeta) \quad (20)$$

如果单元 q 断裂, 在  $\zeta = 0$  处应变为 0

$$1 - \sum_{j=1}^N A_j B_{q,j} k_j = 0 \quad (20)$$

其余单元在  $\zeta = 0$  处, 位移为 0

$$\sum_{j \neq q} A_j B_{i,j} = 0 \quad (21)$$

从方程(19)~(21), 求出未知数  $A_j$  ( $j = N, 2N$ )。代入方程(11)、(16)可求出应变集中系数。

## 4 蒙特卡罗比拟

改进后的原蒙特卡罗模拟的单元划分模型如图 3 所示: 一单向拉伸复合材料, 纤维均匀分布, 其中纤

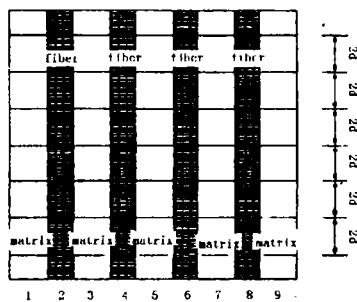


图 3 改进后的蒙特卡罗模拟模型

维单元 n 个, 基体单元  $n + 1$  个, 每个单元长度为  $2d$ , 即有效长度。采用 Weibull 分布来模拟纤维的应变强度, Weibull 分布的伪随机数由 FORTRAN POWERSTATION 中使用 USE MSIMSL 语句链接 MSLMSL 库函数后调用 UMACH(2, NOUT)、RNSET(ISEED) 和 RNWIB(NR, A, R) 三个子程序来实现。在模拟过程中值得注意的是在每次循环后计算应变集中因子时, 边界条件随邻近单元的状态改变而改变。

## 5 计算结果及讨论

### 5.1 单根纤维断裂时的应变集中因子

如图 4 所示,  $n = 9, \mu = 0.2$  时, 在(a)情况下, 纤维单元 1 断裂而基体不破坏时, 基体单元 2 的应变集中因子较高, 而且随着 i 的增大而减小。 $k_3$  为 1.14, 小于 Hedgepath 解  $k_3 = 1.33$ 。在(b)情况下, 纤维单元 1 断裂后邻近的基体单元 2 也发生断裂后,  $k_3$  为 1.44, 大于解  $k_3 = 1.33$ 。这表明, 在考虑基体承受拉应力时, 如果基体单元断裂, 纤维应变集中因子大于不考虑基体承受拉应力的解; 如果基体单元不断裂, 纤维应变集中因子小于不考虑基体承受拉应力。

### 5.2 模拟拉伸断裂过程

在  $\mu = 0.2$  时纤维平均强度不变时, 针对不同的基体强度, 蒙特卡罗模拟  $m = 2.2$  的结果如下: 其中, 0 表示纤维或基体未断裂, 数字表示纤维单元断裂的次序, \* 表示基体单元断裂。比较图 5 和图 6

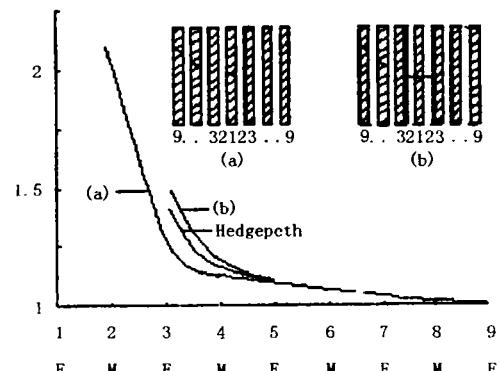


图 4  $\mu = 0.2$  时,  $k$  值的变化

m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	2	*	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	*	6	*	5	*	7	*	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	19	*	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	1	*	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	3	*	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	10	*	12	*	14	
*	20	*	16	*	15	*	13	*	11	*	10	*	12	*	14	*	17	*	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	8	*	9	*	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	4	*	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

图 5 基体强度较低时, 纤维基体都发生破坏

m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m
0	0	0	0	0	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	1	0	1	0	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0
0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	2	0
0	3	0	3	0	3	0	3	0	9	0	1	0	7	0	3	0	3	0	3	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

图6 基体强度较高时,纤维发生破坏,基体不破坏

可以看出,当基体强度较低时,加载后单元先后发生破坏,降低了复合材料的强度。因此在复合材料设计时,应采用强度较高的基体。

## 参考文献

- 1 TSU - WEI CHOU. Microstructure Design of Fiber Composite
- 2 P. T. Curtis. A Computer Model of the Tensile Failure Process in Unidirectional Fiber Composite. Composite Science and Technology,

1986,27:63

- 3 崔维成.复合材料结构破坏过程的计算机模拟.复合材料学报,1996,13(4):102
- 4 Yi - Chao Chen and Chung Yuen Hui. Load transfer in a composite containing a broken fiber with imperfect bonding. Mechanics of Materials, 1990, 10:161
- 5 Morgan J S and Schonfelder J L. Programming in Fortran 90. Henley - on - Thems: A. Waller, 1993
- 6 Eric Udd. Overview of Fiber Optic Smart Structure for Aerospace Application. SPIE Vol. 986 Fiber Optic Smart Structures And Skins I, 1988:2~5
- 7 李玉华.动态介电法在航空结构制造工艺参数制定中的应用.第九届全国复合材料会议论文集(下),1996:555~560
- 8 Tim Clark, Herb Smith. Micrbend fiber optic sensors, (Eric Udd ed.) John Wiley & Sons, Inc., 1994:319~360
- 9 Ciriscioni, P. R. and G. S. Springer. Dielectric Cure Monitoring - A Critical Review. SAMPE Journal, 1989, 25:35~42
- 10 P. Suopajarvi et al. Indicating cure and stress in composite containers using optical fibers. optical engineering. 1995, 34 (9):2587~2591
- 11 E. Udd. Fiber optic Sensor Overview. Fiber optic Smart structures(Eric Udd ed)John Wiley & Sons Inc, 1994, 155~170
- 12 李辰砂,冷劲松,王殿富,杜善义.智能化复合材料固化工艺技术.纤维复合材料,1998,4:13~20
- 13 张博明.智能复合材料中光纤与基体的相容性的研究.功能材料,1998,29(3):240

(上接第40页)

## 参考文献

- 1 Ciriscioli, P. R. and G. S. Springer. Smart Autoclave Cure of Composites, Lancaster, PA: Technomic Publishing Co, Inc, 1990
- 2 Gutowski, T. G., T. Morigaki, and Z. Cai. The Consolidation of Laminate Composites. Journal of Composite Materials, 1987, 21: 172~188
- 3 Advanced Composite Processing Technology Development, Contract F3 + 3615 - 88 - C - 5455, Mc Donnell Douglas Corporation Third Quarterly Interim Report, ST. Louis, Missouri, 1989
- 4 Demirci H. H. An investigation of Real - time Intelligent Control of molding Processes, Ph. D. Dissertation, Lehigh university, 1994
- 5 Kline, Ronald A and M. Cengiz Altan. The Intelligent Processing of Laminated Composite Materials, Ceramic Matrix Composites and Other Systems, Vol. II , Proceedings of the Ninth International Conference on Composite Materials, Madrid, Spain, July 1993:441~448

# FIBER COMPOSITES

Quarterly

1999 No. 2 (Total 58)

Vol. 16

**Sponsor** Harbin FRP Institute  
The National Engineering Research  
Center Polymer Matrix Composites

**Publisher** Fiber Composites  
Editorial Office

**ad.** Fiber Composites ad. Department

**Chief Editor** Kong Qingbao  
**Associate - chief Editor** Wang Qi  
**Duty Editor** Su Feng

**Address** 100 Hongqi Ave. Xiang  
Fang Dist. Harbin. China  
**Tel** (0451) 5651476  
**Fax** (0451) 5637324

**Unified Number of Print**

ISSN 1003 - 6423  
CN 23 - 1267/TQ

## CONTENTS

### MATERIALS STUDY

- Study on the Epoxy Modified Cyanate Ester Matrix Composites ..... Qin Huayu 1  
A Study of Co - curing of Epoxy Resin and Cyanate Ester in a Accelerator ..... Chen Zhixia et al 3  
The Choice of Resin System of Twaron Fiber Reinforced Composite  
    Bulletproof Target Board ..... Zhou Guotai et al 7

### PROPERTY STUDY

- Study on the Mechanical Properties of PPS Composites Reinforced with  
    Short Kelvar Fiber ..... Zhang Aibo et al 10

### PROCESS AND DESIGN

- Development of PP/GFRP Storage Tank under External Load ..... An Qingsheng et al 14  
Study on High Modulus Carbon Fiber Composite Tube ..... Wang Zhongquan et al 17

### PULTRUSION PROCESS

- Investigation of Technical Manufacturing Problems of Pultrusion  
    Die Manufacturing ..... Kong Fanxun et al 19  
Profile of Pultruded Fiber Reinforced Thermoplastic ..... Ye Dingquan 24

- A Study of Surface Treatment of Kaolin Fillers for Pultrusion ..... He Dongxiao et al 26

### TEST ANALYSIS

- Computer Simulation of Rupture Process of Unidirectional Composites ..... Hu Pei et al 29  
Vibration Zanalysis of Smart Composite Beam Featuring ER Fluids ..... Liu Yanju et al 33

### A Study of Monitoring the Curing Process of Composites

- by Finer Optic Sensor ..... Li Chensha et al 37

- Study on Flexural and Creep Test of Composites ..... Zhou Zhulin et al 41

### PROCESSING EQUIPMENT

- Design of Processing Equipment of GMT Sheet ..... Zhao Yingchun 45  
Principle of Selection of Container Winding Equipment ..... Jin Yonggen et al 47

### OVERSEAS EXPERTS FORUM

- Evaluation of Fiber - Matrix Interfacial Shear Strength in Composites by  
    Single Fiber Fragmentation Method ..... Akira Takaku et al 51